

MASHINALI O'QITISH TIZIMLARINI ISHLAB CHIQISH VA FUNKSIYALASHTIRISHDA MATEMATIK FANLARNING FUNDAMENTAL ROLI VA SUN'IY INTELLEKT BILAN INTEGRATSIYASI

Salimov Sh.M., Atakov I.R.

Toshkent amaliy fanlar universiteti

Annotatsiya. Ushbu ilmiy maqolada zamonaviy mashinaviy o'qitish (MO) tizimlarini qurish, o'qitish, optimallashtirish va validatsiya qilishda fundamental matematik fanlar — chiziqli algebra, matematik analiz, ehtimollik nazariyasi va matematik statistikaning muhim va asosiy roli o'rganiladi. Shuningdek, maqolada sun'iy intellekt (SI) tizimlarining rivojlanishida matematikaning integratsion roli, SI komponentlari (bilim ifodalash, mantiqiy xulosa chiqarish, tabiiy tilni qayta ishlash, kompyuter ko'rish) bilan matematik asoslarning o'zaro bog'liqligi tahlil qilinadi. Tahlil shuni ko'rsatadiki, matematika ma'lumotlarni ifodalash, xatolarni minimallashtirish algoritmlari (gradient tushish) va bashoratlarning ishonchliligini baholash uchun aksiomatik asosni tashkil etadi. Xulosa qilinadiki, bu matematik asoslarni chuqur tushunish tizimli, tanqidiy va algoritmik fikrlashni shakllantirish uchun zarur shartdir; bu esa mutaxassislarga tayyor vositalardan foydalanishdan mustaqil loyihalash va sun'iy intellekt algoritmlarini innovatsion rivojlantirishga o'tish imkonini beradi.

Kalit so'zlar. mashinaviy o'qitish, matematik asoslar, chiziqli algebra, matematik analiz, ehtimollik nazariyasi, optimallashtirish, tanqidiy fikrlash, sun'iy intellekt, algoritmik fikrlash, bilim ifodalash, kompyuter ko'rish, tabiiy tilni qayta ishlash.

1. KIRISH

Mashinaviy o'qitish (MO) va sun'iy intellekt (SI) zamonaviy ilm-fan va texnikaning eng dinamik rivojlanayotgan yo'nalishlaridan biridir. MO va SI tizimlari ma'lumotlardan murakkab qonuniyatlarni aniqlash, bashorat qilish, qaror qabul qilish va hatto ijodiy faoliyatni amalga oshirish qobiliyatiga ega. Biroq, bu kuchli tizimlarning asosida nafaqat dasturlash mahorati, balki chuqur matematik bilimlar yotadi. Matematika bu tizimlarning ishonchliligi, tushunarli va boshqariladigan bo'lishini ta'minlaydi.

Sun'iy intellekt tushunchasi kengroq bo'lib, mashinaviy o'qitishni o'z ichiga oladi. SI tizimlari — bu nafaqat o'rganuvchi, balki mulohaza yurituvchi, xulosa chiqaruvchi, reja tuzuvchi va atrof-muhit bilan o'zaro ta'sir qiluvchi tizimlardir. Ushbu murakkab vazifalarni bajarish uchun SI turli matematik apparatlardan foydalanadi: bilim ifodalash uchun mantiq va algebra, noaniqlik bilan ishlash uchun ehtimollik nazariyasi, qaror qabul qilish uchun optimallashtirish va o'yin nazariyasi.

Matematik apparat MO va SI tizimlarida ikki tomonlama rol o'ynaydi. Bir tomondan, chiziqli algebra barcha ma'lumotlar va model parametrlarini (og'irliklarni) vektorlar, matritsalar va tenzorlar ko'rinishida kodlash orqali strukturaviy asosni ta'minlaydi. Bu neyron tarmoqlari qatlamlari orasidagi axborot almashinuvini amalga oshiradigan matritsalarini ko'paytirish kabi asosiy hisoblash operatsiyalarini bajarish imkonini beradi. Ikkinchi tomondan, matematik analiz (differensial hisob) o'rganishning dinamik mexanizmini ta'minlaydi, bu modelga xatolik funksiyasini minimallashtirish orqali "o'rganish" imkonini beradi.

MO va SI sohasidagi mutaxassisning matematik asoslarni chuqur tushunishi uni tayyor kutubxonalardan foydalanuvchi rolikdan mustaqil loyihalash va innovatsiyalarni amalga oshiruvchi muhandis-dizayner darajasiga ko'taradi. Matematik printsiplarni bilish algoritmlarni tanlash, yo'qotish funksiyalarini o'zgartirish va yangi, samarali optimallashtirish strategiyalarini ishlab chiqish uchun zarurdir.

Shuningdek, sun'iy intellekt tizimlarining tushunarli (Explainable AI — XAI) bo'lishi talabi tobora muhim ahamiyat kasb etmoqda. Tibbiyot, huquq, moliya kabi mas'uliyatli sohalarda SI qarorlarining sabablarini tushuntirish imkoniyati qonuniy va axloqiy talabga aylanmoqda. Matematik statistika va ehtimollik nazariyasi esa bu sohada asosiy vosita bo'lib xizmat qiladi.

Shunday qilib, matematika MO va SI tizimlari uchun nafaqat hisoblash vositasi, balki metodologik asos bo'lib, ularning ilmiy asoslanganligi, boshqarilishi va talqin qilinishini ta'minlaydi.

Chiziqli algebra: ma'lumotlar va transformatsiyalar tili. Chiziqli algebra mashinaviy o'qitish va sun'iy intellekt tizimlarining asosiy "tili" hisoblanadi. U ma'lumotlarni ifodalashning universal vositasini taqdim etadi:

- Vektorlar orqali obyektlarning xususiyatlari ifodalanadi.
- Matritsalar orqali butun ma'lumotlar to'plami va model parametrlari (og'irliklar) saqlanadi.
- Tenzorlar esa yuqori o'lchamli ma'lumotlarni (masalan, rangli tasvirlar, videolar) ifodalash imkonini beradi.

Neyron tarmoqlarida ma'lumotlarning qatlamdan qatlamga uzatilishi matritsalarini ko'paytirish operatsiyasiga asoslangan: $y = W \cdot x + b$, bu yerda W — og'irliklar matritsasi, x — kirish vektori, b — siljish vektori. Bu ifoda chiziqli algebraning asosiy operatsiyalaridan biridir.

Chiziqli algebra, shuningdek, ma'lumotlarning o'lchamini qisqartirish (dimensionality reduction) uchun muhim vositalarni taqdim etadi. Bosh komponentlar usuli (Principal Component Analysis — PCA) ma'lumotlarning kovariatsion matritsasining xos vektorlari va xos qiymatlarini tahlil qilish orqali ma'lumotlarni eng informativ yo'nalishlarga proyeksiyalaydi. Bu usul ma'lumotlarning vizualizatsiyasi, shovqinlarni kamaytirish va keyingi modellarning samaradorligini oshirishda keng qo'llaniladi.

Matematik analiz: o'rganish dinamikasi. Matematik analiz (differensial hisob) MO va SI tizimlarida "o'rganish" jarayonini matematik jihatdan asoslaydi. Modelni o'qitish uning prognozlaridagi xatolikni minimallashtirishga qaratilgan. Bu maqsad uchun xatolik funksiyasi (loss function) $L(\theta)$ kiritiladi, bu funksiya model parametrlarining funksiyasi sifatida xatolikni o'lchaydi.

Minimallashtirishning asosiy vositasi gradient tushish (gradient descent) algoritmidir. Gradient — bu funksiyaning eng tez o'sish yo'nalishini ko'rsatuvchi vektor bo'lib, uning har bir komponenti funksiyaning mos parametr bo'yicha xususiy hosilasidan iborat:

$\nabla L(\theta) = (\partial L / \partial \theta_1, \partial L / \partial \theta_2, \dots, \partial L / \partial \theta_n)$. Gradient tushish algoritmi parametrlarni gradientning teskari yo'nalishida yangilaydi: $\theta_{\text{new}} = \theta_{\text{old}} - \eta \nabla L(\theta)$, bu yerda η — o'rganish tezligi (learning rate). Murakkab neyron tarmoqlarida gradientni hisoblash teskari tarqalish (backpropagation) algoritmi orqali amalga oshiriladi. Bu algoritm zanjir qoidasiga (chain rule) asoslangan bo'lib, funksiyalarning murakkab superpozitsiyasidan iborat neyron tarmoq parametrlari bo'yicha hosilalarni samarali hisoblash imkonini beradi.

Matematik analiz shuningdek, optimallashtirish muammolarining asosiy tushunchalarini ham beradi: konvekslik, lokal va global minimum, qaytish nuqtalari va boshqalar. Bu tushunchalarni bilish modelni o'qitishda yuzaga keladigan muammolarni (masalan, gradientning so'nishi yoki portlashi, lokal minimumga tushib qolish) tushunish va bartaraf etish imkonini beradi.

Ehtimollik nazariyasi va matematik statistika: noaniqlikni boshqarish. Haqiqiy dunyo ma'lumotlari doimo shovqin va noaniqlikka ega. Ehtimollik nazariyasi va matematik statistika bu noaniqlikni formal modellashtirish va boshqarish imkonini beradi.

Ehtimollik nazariyasi asosida:

- Bayes teoremasi shartli ehtimolliklarni hisoblash imkonini beradi, bu esa klassifikatsiya va qaror qabul qilish masalalarida asosiy vosita hisoblanadi. Bayes tasniflagichi (Naive Bayes) elektron pochta spam-filtrlaridan tortib tibbiy diagnostikagacha keng qo'llaniladi.

- Maksimal haqiqatga o'xshashlik usuli (Maximum Likelihood Estimation — MLE) kuzatilgan ma'lumotlarni eng yaxshi tushuntiruvchi model parametrlarini topish imkonini beradi.

- Maksimal keyingi ehtimollik (Maximum a Posteriori — MAP) esa Bayes teoremasi asosida parametrlar haqidagi aprior bilimlarni hisobga oladi.

Matematik statistika esa:

- Tanlanma nazariyasi asosida modelning umumlashtirish qobiliyatini (generalization) baholash imkonini beradi.

- Gipotezalar tekshirish model natijalarining statistik ahamiyatlilikini aniqlashga yordam beradi.

Siljish-dispersiya kompromissi (bias-variance tradeoff) — modelning murakkabligi va umumlashtirish qobiliyati o'rtasidagi munosabatni tushunish uchun asosiy tushunchadir. Kichik

siljish (bias) va kichik dispersiya (variance) bir vaqtda erishib bo'lmaydigan maqsaddir. Ushbu kompromissni tushunish regulyarizatsiya (L1, L2 regulyarizatsiya) va model tanlashda muhim ahamiyatga ega.

Sun'iy intellekt komponentlari va matematik asoslar. Sun'iy intellekt tizimlari mashinaviy o'qitishdan tashqari bir qator muhim komponentlarni o'z ichiga oladi. Har bir komponent o'ziga xos matematik apparatga tayanadi:

SI KOMPONENTI	MATEMATIK ASOS	AMALIY QO'LLANILISH
Bilim ifodalash va mantiqiy xulosa chiqarish	Diskret matematika, predikatlar mantiqi, graflar nazariyasi, ontologiyalar	Ekspert tizimlari, semantik internet, dasturlarni tekshirish
Noaniqlik sharoitida mulohaza yuritish	Ehtimollik nazariyasi, Bayes tarmoqlari, ishonch nazariyasi	Tibbiy diagnostika, risklarni baholash, avtonom tizimlar
Qaror qabul qilish va rejalashtirish	Optimallashtirish nazariyasi, dinamik dasturlash, Markov qaror jarayonlari, o'yin nazariyasi	Robototexnika, avtonom transport vositalari, strategik o'yinlar (AlphaGo)
Tabiiy tilni qayta ishlash (NLP)	Ehtimollik nazariyasi, statistik modellar, chiziqli algebra (word embeddings), transformatorlar	Tarjima tizimlari (Google Translate), chatbotlar (ChatGPT), matn tahlili
Kompyuter ko'rish	Konvolyutsion matematika, chiziqli algebra (tasvir filtrlari), optimallashtirish	Tasvirlarni aniqlash, yuzni tanish, avtonom haydovchi tizimlar

Ushbu jadvaldan ko'rinib turibdiki, sun'iy intellektning har bir yo'nalishi o'ziga xos matematik apparatga ega bo'lsa-da, ularning barchasi umumiy matematik poydevorga tayanadi: chiziqli algebra, ehtimollik nazariyasi va optimallashtirish.

2. METODLAR

Mashinaviy o'qitish va sun'iy intellekt tizimlarini ishlab chiqish va funksiyalashtirishda matematik apparat quyidagi asosiy yo'nalishlarda qo'llaniladi:

1. Ma'lumotlarni tayyorlash va transformatsiya:

- Chiziqli algebra vositalari: ma'lumotlarni normallashtirish, standartlashtirish, o'lchamni qisqartirish (PCA, SVD — singulyar yoyilma)
- Statistik usullar: ma'lumotlarni tavsiflovchi statistika, korrelyatsiya tahlili, chiqarilgan qiymatlarni aniqlash

2. Modelni tanlash va qurish:

- Optimallashtirish nazariyasi: maqsad funksiyasini tanlash, cheklovlarni ifodalash
- Statistik modellashtirish: parametrik va noparametrik modellar, Bayes modellari
- Chiziqli algebra: neyron tarmoq arxitekturasini loyihalash (qatlam o'lchamlari, ulanishlar)

3. Modelni o'qitish:

- Matematik analiz: gradientni hisoblash, teskari tarqalish algoritmi
- Optimallashtirish algoritmlari: gradient tushish va uning modifikatsiyalari (SGD, Adam, RMSprop)
- Ehtimollik nazariyasi: Monte-Karlo usullari, variatsion Bayes

4. Modelni baholash va validatsiya:

- Matematik statistika: metrikalarni tanlash (aniqlik, to'liqlik, F1-measure), ishonch oraliqlari, gipotezalar tekshirish
- Validatsiya usullari: K-katlama validatsiyasi, bootstrap

5. Modelni tushuntirish va interpretatsiya (XAI):

- Statistik usullar: o'zgaruvchilarning ahamiyatini baholash (feature importance)
- Optimallashtirish: lokal aproksimatsiyalar (LIME — Local Interpretable Model-agnostic Explanations)
- Bayes usullari: model parametrlarining posterior taqsimotlari

3. NATIJALAR VA MUHOKAMA)

Yuqoridagi nazariy tahlil asosida matematik fanlarning mashinaviy o'qitish va sun'iy intellekt tizimlaridagi roliga oid quyidagi asosiy natijalarni shakllantirish mumkin:

Matematikaning funksional rollari

Matematik fanlar MO va SI tizimlarida to'rt asosiy funksional rolni bajaradi:

Strukturaviy asos (chiziqli algebra): ma'lumotlarni kodlash, transformatsiyalarni amalga oshirish, hisoblash operatsiyalarini bajarish.

Dinamik mexanizm (matematik analiz): o'rganish jarayonini (optimallashtirish) amalga oshirish, xatolikni minimallashtirish.

Noaniqlikni boshqarish (ehtimollik nazariyasi): stoxastik jarayonlarni modellashtirish, Bayes xulosasi, qaror qabul qilish.

Ishonchlilikni baholash (matematik statistika): modellarni validatsiya qilish, umumlashtirish qobiliyatini baholash, statistik ahamiyatlilikni tekshirish.

Mutaxassis kompetensiyalarining shakllanishi

Matematik asoslarni chuqur o'zlashtirish mutaxassislarda quyidagi muhim kompetensiyalarni shakllantiradi:

Algoritmik va tizimli fikrlash: murakkab muammolarni ketma-ket, mantiqiy bog'langan,

formal qadamlarga ajratish qobiliyati. Bu mutaxassisga tayyor kutubxonalardan foydalanishdan tortib, o'zining optimallashtirilgan algoritmlarini ishlab chiqishgacha bo'lgan yo'lni ochadi.

Tanqidiy fikrlash: ma'lumotlarni ob'ektiv baholash, ularning taqsimoti model taxminlariga mos keladimi-yo'qligini tushunish, statistik anomaliyalarni aniqlash qobiliyati. Bu yuzaki ko'rsatkichlarga emas, balki statistik testlar asosida xulosalar chiqarish imkonini beradi.

Interpretatsiya qilish qobiliyati: model qarorlarining sabablarini tushuntirish, bu ayniqsa tibbiyot, huquq, moliya kabi mas'uliyatli sohalarda muhimdir. Tushunarli sun'iy intellekt (XAI) talabi matematik statistika va ehtimollik nazariyasiga asoslanadi.

Innovatsion yondashuv: mavjud algoritmlarni o'zgartirish (masalan, yo'qotish funksiyasiga yangi regulyarizatsion had qo'shish) va yangi arxitekturalarni ishlab chiqish qobiliyati. Zamonaviy MO va SI tadqiqotlari — bu dasturlash emas, matematika.

Sun'iy intellektning matematik integratsiyasi

Sun'iy intellekt tizimlari mashinaviy o'qitishdan tashqari, mantiqiy xulosa chiqarish, bilim ifodalash, rejalashtirish va qaror qabul qilish kabi funksiyalarni ham o'z ichiga oladi. Bu funksiyalarning har biri o'ziga xos matematik apparatga tayanadi:

Bilim ifodalash diskret matematika va mantiqiy modellarga asoslanadi.

Noaniqlik sharoitida mulohaza yuritish Bayes tarmoqlari va ishonch nazariyasiga tayanadi.

Qaror qabul qilish va rejalashtirish Markov qaror jarayonlari, dinamik dasturlash va o'yin nazariyasiga asoslanadi.

Tabiiy tilni qayta ishlash va kompyuter ko'rish esa asosan ehtimollik modellari va chiziqli algebra vositalaridan foydalanadi.

Ushbu matematik integratsiya SI tizimlarini ishlab chiqishda fanlararo yondashuv zarurligini ko'rsatadi. Birgina matematika sohasidagi bilimlar turli SI komponentlarini birlashtirib, yaxlit intellektual tizimlarni yaratish imkonini beradi.

Zamonaviy tendensiyalar va kelajak yo'nalishlari

So'nggi yillarda MO va SI sohasida quyidagi tendensiyalar kuzatilmoqda, ular matematik asoslarning ahamiyatini yanada oshirmoqda:

Katta til modellari (Large Language Models — LLMs): ChatGPT, Gemini kabi modellar milliardlab parametrlarga ega bo'lib, ularni o'qitish va optimallashtirish uchun chiziqli algebra va optimallashtirishning eng ilg'or usullari qo'llaniladi.

Generativ sun'iy intellekt: tasvir, video, musiqa yaratuvchi modellar (GAN, VAE, diffuziya modellari) ehtimollik nazariyasi va statistik modellashtirishning murakkab apparatiga asoslangan.

Tushunarli SI (XAI): qonuniy va axloqiy talablarga javob berish uchun model qarorlarini tushuntiruvchi matematik usullar ishlab chiqilmoqda.

Kvant mashinaviy o'qitish: kvant kompyuterlari va chiziqli algebraning kvant analogiyalari

asosida yangi hisoblash paradigmalari shakllanmoqda.

4. XULOSA

O'tkazilgan nazariy tahlil asosida quyidagi asosiy xulosalarga kelindi:

Matematik fanlar mashinaviy o'qitish va sun'iy intellekt tizimlarining aksiomatik asosini tashkil etadi. Har bir fundamental matematika sohasi almashtirib bo'lmaz funksiyani bajaradi:

Chiziqli algebra — ontologik asos (ma'lumotlar va transformatsiyalar tili) Matematik analiz — kinetik asos (o'rganish va optimallashtirish mexanizmi)

Ehtimollik nazariyasi va matematik statistika — gnoseologik asos (xulosa chiqarish, ishonchlilikni baholash, noaniqlikni boshqarish metodologiyasi)

Matematik asoslarni chuqur o'zlashtirish mutaxassislarda muhim kasbiy kompetensiyalarni shakllantiradi. Algoritmik va tizimli fikrlash, tanqidiy fikrlash, interpretatsiya qilish qobiliyati va innovatsion yondashuv — bularning barchasi matematik tafakkur mahsulidir.

Sun'iy intellektning turli komponentlari (bilim ifodalash, mantiqiy xulosa chiqarish, qaror qabul qilish, tabiiy tilni qayta ishlash, kompyuter ko'rish) o'ziga xos matematik apparatga ega bo'lsa-da, ular umumiy matematik poydevorga tayanadi. Bu fanlararo yondashuv zarurligini ko'rsatadi.

Matematik ta'limga qo'yilgan investitsiyalar — bu raqobatbardosh, tanqidiy tahlil qilish qobiliyatiga ega va innovatsiyalarga tayyor kadrlarni shakllantirishga qaratilgan to'g'ridan-to'g'ri investitsiyadir. Zamonaviy MO va SI sohasidagi yutuqlar (katta til modellari, generativ AI, tushunarli SI) matematik asoslarning chuqur bilimini talab qiladi.

Tavsiya etiladi:

MO va SI yo'nalishlarida matematik fanlarni kuchaytirish. Dastlabki kurslardan boshlab chiziqli algebra, matematik analiz, ehtimollik nazariyasi va statistikani amaliy MO/SI masalalari bilan bog'lab o'qitish.

Laboratoriya ishlarini matematik asoslarni mustahkamlashga qaratish. Masalan, gradient tushish algoritmini "noldan" dasturlash, Bayes tasniflagichini qo'lda hisoblash, PCA ni matritsalar yordamida amalga oshirish.

Fanlararo yondashuvni joriy qilish. Matematika, informatika va amaliy sohalar (iqtisodiyot, biologiya, fizika) o'qituvchilarining birgalikda kurslar tashkil etishi.

Talabalarga:

Matematik asoslarni "nima uchun?" degan savol bilan o'rganish. Har bir formulaning MO/SI kontekstidagi ma'nosini tushunish.

Tayyor kutubxonalardan foydalanish bilan cheklanmaslik. Algoritmnlarni "noldan" dasturlash matematik tushunchalarni mustahkamlaydi.

Ilmiy maqolalarni o'qish va tahlil qilish. Zamonaviy tadqiqotlar matematik tilida yozilgan, ularni tushunish matematik tayyorgarlikni talab qiladi.

ADABIYOTLAR RO'YXATI

- [1]. Bishop, C. M. (2006). Pattern Recognition and Machine Learning. Springer.
- [2]. Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A. (2016). Deep Learning. MIT Press.
- [3]. Hastie, T., Tibshirani, R., & Friedman, J. (2009). The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction. Springer.
- [4]. Strang, G. (2019). Introduction to Linear Algebra (5th ed.). Wellesley-Cambridge Press.
- [5]. Murphy, K. P. (2022). Probabilistic Machine Learning: An Introduction. MIT Press.
- [6]. Russell, S., & Norvig, P. (2020). Artificial Intelligence: A Modern Approach (4th ed.). Pearson.
- [7]. Романовский И. В. (2019). Дискретная математика для программистов. БХВ-Петербург.
- [8]. Molnar, C. (2022). Interpretable Machine Learning: A Guide for Making Black Box Models Explainable. Independently Published.
- [9]. Vaswani, A., et al. (2017). Attention is All You Need. Advances in Neural Information Processing Systems, 30.