

АЛГОРИТМЫ ПОСТРОЕНИЯ ФИЛЬТРА ВИНЕРА-ХОПФА И ФИЛЬТРАЦИЯ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ЕГО ОСНОВЕ

Бахромов Хасан Рахмат ўғли¹

Бахромов Асрор Ахрор ўғли²

¹Докторант Ташкентского университета информационных технологий имени Мухаммада ал-Хоразмий

sadikarno6@gmail.com

²Ташкентский университет прикладных наук

asrorbek.bahromov2112@gmail.com

Аннотация. В статье рассматриваются математические основы алгоритмов построения фильтра Винера-Хопфа для обработки цифровых изображений. Изложен алгоритм построения фильтра, проанализирована эффективность подавления шума на цифровых изображениях.

Ключевые слова: фильтр Винера-Хопфа, цифровые изображения, оптимальная фильтрация, подавление шума, корреляционная функция, обработка сигналов.

Abstract. This article examines the mathematical foundations of Wiener-Hopf filter construction algorithms for digital image processing. The filter construction algorithm is described, and the efficiency of noise suppression in digital images is analyzed.

Keywords: Wiener-Hopf filter, digital images, optimal filtering, noise suppression, correlation function, signal processing.

Введение

Фильтрация цифровых изображений является одной из ключевых задач современной цифровой обработки сигналов и компьютерного зрения. В условиях практического применения изображения неизбежно подвергаются воздействию различных видов шумов, обусловленных несовершенством оборудования, условиями передачи данных или ограничениями среды съёмки. В этой связи разработка и применение эффективных алгоритмов фильтрации приобретает особую актуальность.

Среди многочисленных методов оптимальной фильтрации особое место занимает теория Винера-Хопфа, заложенная в работах Норберта Винера и Эберхарда Хопфа в 1930–1940-х годах. Фильтр Винера, построенный на основе минимизации среднеквадратической ошибки между оценённым и истинным сигналами, позволяет получить оптимальную линейную оценку неискажённого изображения по наблюдаемым зашумлённым данным. Эта концепция получила широкое распространение как в одномерной обработке сигналов, так и в двумерном случае, применимом к цифровым изображениям [1].

Продолжая развитие данной концепции, следует отметить, что эффективность фильтра Винера обусловлена его способностью учитывать статистические характеристики как полезного сигнала, так и шума. В отличие от традиционных методов сглаживания, таких как усредняющий или медианный фильтры, фильтр Винера адаптивно изменяет степень обработки в зависимости от локальных свойств изображения. Это позволяет одновременно подавлять шум и сохранять важные структурные элементы изображения, включая контуры, текстуры и мелкие детали.

Математическая основа фильтра Винера базируется на решении задачи оптимального оценивания случайного процесса. Предполагается, что наблюдаемое изображение представляет собой сумму исходного изображения и аддитивного шума. В

таком случае задача восстановления сводится к нахождению оценки, минимизирующей среднеквадратическое отклонение между восстановленным и истинным изображением. Полученное решение выражается через спектральные характеристики сигнала и шума, что позволяет эффективно реализовывать фильтрацию как в пространственной, так и в частотной области.

Особую значимость фильтр Винера приобретает в задачах восстановления изображений, подверженных не только шумовым искажениям, но и размытию. Во многих практических ситуациях ухудшение качества изображения связано с несовершенством оптической системы, движением объекта или камеры во время съёмки, атмосферными воздействиями и другими факторами. В подобных условиях наблюдаемое изображение можно рассматривать как результат свёртки исходного изображения с функцией рассеяния точки, дополненной шумовой составляющей. Использование фильтра Винера позволяет одновременно учитывать оба типа искажений, обеспечивая более качественное восстановление визуальной информации.

Современные исследования демонстрируют, что методы, основанные на подходе Винера–Хопфа, продолжают сохранять актуальность даже в эпоху глубокого обучения и искусственного интеллекта. Несмотря на появление нейросетевых алгоритмов подавления шума, классический фильтр Винера остаётся востребованным благодаря своей вычислительной эффективности, математической обоснованности и отсутствию необходимости в предварительном обучении на больших наборах данных. Это особенно важно для систем реального времени, встроенных устройств, медицинского оборудования и других приложений, где вычислительные ресурсы ограничены.

В области компьютерного зрения предварительная фильтрация изображений играет важную роль для повышения качества последующего анализа данных. Результаты работы алгоритмов сегментации, распознавания объектов, классификации изображений и выделения признаков напрямую зависят от качества входных данных. Наличие шума может приводить к ложным срабатываниям, снижению точности обнаружения объектов и ухудшению общей производительности системы. Применение фильтра Винера на этапе предварительной обработки позволяет существенно повысить информативность изображений и улучшить качество дальнейшего анализа.

Следует также отметить, что практическая реализация фильтра Винера может осуществляться различными способами. В классическом варианте используются априорные сведения о дисперсии сигнала и шума. Однако в большинстве реальных задач такие параметры заранее неизвестны, поэтому применяются адаптивные модификации фильтра, оценивающие статистические характеристики непосредственно по обрабатываемому изображению. Подобный подход обеспечивает более высокую устойчивость алгоритма к изменяющимся условиям съёмки и различным типам шумовых воздействий.

Таким образом, теория Винера–Хопфа представляет собой фундаментальную основу для решения широкого класса задач цифровой обработки изображений. Её применение позволяет эффективно устранять шумовые искажения, восстанавливать детали изображения и повышать качество визуальной информации. Благодаря сочетанию строгого математического аппарата и практической эффективности фильтр Винера остаётся одним из наиболее значимых инструментов современной цифровой обработки сигналов и

компьютерного зрения, продолжая активно использоваться как в научных исследованиях, так и в прикладных системах анализа изображений.

Несмотря на многочисленные преимущества фильтра Винера, его эффективность во многом зависит от корректности оценки статистических параметров сигнала и шума. В случаях, когда реальные характеристики шумового процесса существенно отличаются от предполагаемой модели, качество восстановления изображения может снижаться. Поэтому одной из важных задач современных исследований является разработка методов более точной оценки статистических параметров и создание адаптивных алгоритмов, способных автоматически подстраиваться под изменяющиеся условия обработки.

Особый интерес представляет применение фильтра Винера для обработки изображений, полученных в сложных условиях наблюдения. Например, в медицинской диагностике изображения, формируемые при помощи магнитно-резонансной томографии, компьютерной томографии и ультразвуковых систем, часто содержат различные виды шумов, затрудняющих визуальный анализ и автоматическую интерпретацию данных. Повышение качества таких изображений напрямую влияет на точность диагностики и эффективность принятия клинических решений. В подобных задачах фильтр Винера используется как один из базовых инструментов предварительной обработки, обеспечивающий улучшение контрастности и снижение уровня помех без существенной потери диагностически значимой информации.

Не менее важной областью применения являются системы дистанционного зондирования Земли. Спутниковые и аэрофотоснимки подвергаются влиянию атмосферных искажений, шумов сенсоров и ограничений каналов передачи данных. Использование методов фильтрации на основе теории Винера–Хопфа позволяет повысить качество получаемых изображений, что способствует более точному мониторингу природных ресурсов, сельскохозяйственных угодий, экологической обстановки и урбанизированных территорий. Улучшение качества спутниковых изображений также играет важную роль в задачах прогнозирования чрезвычайных ситуаций и анализа последствий природных катастроф.

В современных системах видеонаблюдения фильтрация изображений также является важнейшим этапом обработки информации. Камеры наблюдения нередко работают в условиях недостаточной освещённости, неблагоприятных погодных факторов и высокой плотности цифровых помех. Наличие шумов существенно осложняет работу алгоритмов обнаружения и распознавания объектов. Применение фильтра Винера позволяет повысить качество видеоданных и увеличить точность систем автоматического мониторинга, идентификации лиц и анализа поведения объектов в кадре.

С развитием вычислительной техники и графических процессоров значительно расширились возможности практического применения алгоритмов фильтрации. Если на ранних этапах развития цифровой обработки сигналов вычислительная сложность ограничивала использование сложных методов восстановления изображений, то современные аппаратные платформы позволяют выполнять фильтрацию изображений высокого разрешения практически в реальном времени. Это открыло новые перспективы использования фильтра Винера в робототехнике, автономных транспортных средствах, интеллектуальных системах видеонаблюдения и других высокотехнологичных областях.

Следует отметить, что классическая модель фильтра Винера неоднократно модифицировалась и совершенствовалась. В научной литературе описаны многочисленные

варианты адаптивных, локальных и многомасштабных фильтров Винера, предназначенных для обработки изображений различной природы. Одним из перспективных направлений является объединение методов Винера с вейвлет-преобразованиями, позволяющими анализировать изображение одновременно в пространственной и частотной областях. Такой подход обеспечивает более эффективное подавление шума при сохранении мелких деталей и текстурных особенностей изображения.

Кроме того, в последние годы активно исследуются гибридные методы, сочетающие классические алгоритмы оптимальной фильтрации с технологиями машинного обучения. В подобных системах фильтр Винера используется на начальном этапе обработки данных для предварительного подавления шума, после чего очищенные изображения поступают на вход нейронным сетям для дальнейшего анализа. Подобная комбинация позволяет объединить преимущества статистических методов обработки сигналов и возможностей современных интеллектуальных алгоритмов распознавания образов.

С теоретической точки зрения теория Винера–Хопфа сыграла фундаментальную роль в развитии всей современной теории оценивания и оптимальной фильтрации. Многие последующие методы обработки сигналов, включая фильтр Калмана, адаптивные фильтры наименьших квадратов и различные байесовские методы оценивания, в той или иной степени опираются на идеи, сформулированные в рамках данной теории. Поэтому изучение принципов работы фильтра Винера имеет не только прикладное, но и важное методологическое значение для понимания современных подходов к обработке информации.

Практические эксперименты показывают, что применение фильтра Винера позволяет существенно повысить такие количественные показатели качества изображения, как отношение сигнал/шум (SNR), пиковое отношение сигнал/шум (PSNR), индекс структурного сходства (SSIM) и среднеквадратическая ошибка (MSE). Улучшение этих характеристик свидетельствует о более точном восстановлении исходного изображения и сохранении его визуальной информативности. Именно поэтому данный метод остаётся одним из наиболее часто используемых инструментов в исследованиях, связанных с восстановлением и улучшением цифровых изображений.

В перспективе дальнейшее развитие методов фильтрации на основе теории Винера–Хопфа будет связано с созданием интеллектуальных адаптивных систем, способных автоматически анализировать характеристики входных данных и выбирать оптимальные параметры обработки. Рост объёмов визуальной информации, развитие технологий искусственного интеллекта и увеличение требований к качеству цифровых изображений делают данное направление исследований особенно актуальным. В этих условиях фильтр Винера сохраняет своё значение как один из наиболее надёжных, математически обоснованных и практически эффективных методов восстановления изображений, служащий фундаментом для создания новых поколений алгоритмов цифровой обработки сигналов и компьютерного зрения.

Дальнейшее развитие исследований в области фильтрации изображений связано не только с совершенствованием существующих алгоритмов, но и с более глубоким пониманием природы шумовых процессов, возникающих при формировании цифровых изображений. В зависимости от источника возникновения шум может иметь различные статистические характеристики. Наиболее распространёнными являются гауссов шум, импульсный шум типа «соль и перец», пуассоновский шум, характерный для фотонных

процессов регистрации изображений, а также спекл-шум, часто встречающийся в радиолокационных и ультразвуковых системах. Каждый из этих типов шумов оказывает различное влияние на качество изображения, что требует применения специализированных подходов к их подавлению.

В контексте теории Винера–Хопфа особое внимание уделяется аддитивному гауссову шуму, поскольку именно для него достигаются наилучшие результаты оптимального линейного оценивания. Однако реальные условия эксплуатации технических систем зачастую приводят к появлению смешанных шумов, обладающих более сложной статистической структурой. Это стимулирует разработку новых модификаций фильтра Винера, способных эффективно работать в условиях неопределённости и неполной информации о свойствах шумового процесса.

Важным направлением исследований является анализ влияния параметров фильтрации на сохранение информационной насыщенности изображения. Чрезмерное подавление шумов может приводить к потере мелких деталей, сглаживанию контуров и ухудшению визуального восприятия изображения. Напротив, недостаточная фильтрация оставляет значительное количество помех, затрудняющих дальнейшую обработку данных. Поэтому одной из ключевых задач является достижение оптимального компромисса между уровнем шумоподавления и сохранением полезной информации. Именно эта задача лежит в основе критерия минимизации среднеквадратической ошибки, используемого в фильтре Винера.

С точки зрения цифровой обработки изображений фильтрация представляет собой один из первых этапов комплексного конвейера анализа визуальной информации. После подавления шумов изображения могут подвергаться дополнительным процедурам повышения качества, включая коррекцию контраста, нормализацию яркости, выделение границ, сегментацию объектов и извлечение признаков. Качество выполнения каждого последующего этапа напрямую зависит от эффективности предварительной фильтрации. По этой причине методы, основанные на теории Винера–Хопфа, продолжают оставаться важным инструментом в широком спектре прикладных задач.

Особую актуальность рассматриваемый подход приобретает в условиях стремительного роста объёмов цифровых данных. Современные системы генерируют огромные массивы изображений и видеопотоков, требующих автоматической обработки в режиме реального времени. К таким системам относятся интеллектуальные транспортные комплексы, беспилотные летательные аппараты, промышленные системы технического зрения, медицинские диагностические комплексы и системы обеспечения безопасности. Во всех перечисленных случаях качество исходных изображений оказывает непосредственное влияние на эффективность принимаемых решений, что делает задачу шумоподавления одной из приоритетных.

Следует отметить, что эффективность фильтра Винера подтверждается многочисленными экспериментальными исследованиями. В большинстве случаев его применение позволяет значительно улучшить визуальное качество изображений по сравнению с исходными зашумлёнными данными. При этом наблюдается уменьшение среднеквадратической ошибки восстановления и повышение показателей структурного сходства с оригинальным изображением. Такие результаты свидетельствуют о способности фильтра сохранять важные элементы структуры изображения даже при высоком уровне шумовых искажений.

Кроме того, современные программные средства цифровой обработки изображений включают реализацию фильтра Винера в качестве стандартного инструмента анализа данных. Алгоритмы данного класса присутствуют в специализированных пакетах MATLAB, Python-библиотеках SciPy и OpenCV, а также в различных системах машинного зрения. Это свидетельствует о высокой практической значимости метода и его востребованности как среди исследователей, так и среди инженеров-практиков.

В научной литературе также активно рассматриваются вопросы повышения вычислительной эффективности фильтрации. При обработке изображений сверхвысокого разрешения или больших потоков видеоданных вычислительные затраты могут становиться существенным ограничивающим фактором. Для решения данной проблемы разрабатываются параллельные алгоритмы обработки, использующие возможности многоядерных процессоров, графических ускорителей и специализированных аппаратных платформ. Подобные решения позволяют существенно сократить время обработки без заметного снижения качества фильтрации.

Таким образом, теория Винера–Хопфа и основанный на ней фильтр Винера представляют собой важнейший инструмент современной цифровой обработки изображений. Их использование обеспечивает эффективное подавление шумов, улучшение качества визуальной информации и повышение надёжности последующего анализа данных. В условиях дальнейшего развития технологий искусственного интеллекта, робототехники и автоматизированного анализа данных роль методов оптимальной фильтрации будет только возрастать, сохраняя актуальность фундаментальных идей, заложенных в работах Винера и Хопфа.

Целью работы является анализ теоретических основ, алгоритмическая реализация и экспериментальная проверка фильтра Винера-Хопфа для задач улучшения качества цифровых изображений. На рис. 1 показан пример применения фильтра к стандартному тестовому изображению.

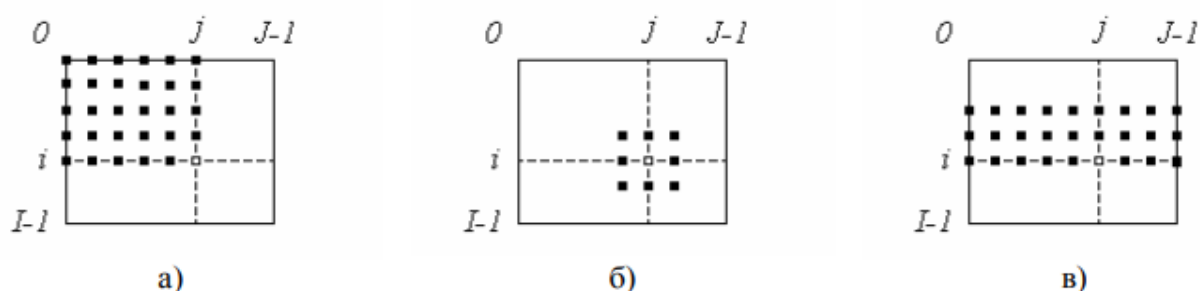


Рис. 1. Примеры окрестностей различных видов

Анализ литературы и методология

Теоретический фундамент оптимальной фильтрации заложен в классических работах Н. Винера [2], в которых впервые сформулировано интегральное уравнение Винера-Хопфа для непрерывного случая. Дискретный аналог этого уравнения детально рассмотрен в трудах Уидроу и Стирнза [3], а применение к двумерным задачам – в монографии Гонсалеса и Вудса [4].

Пусть наблюдаемое изображение $g(x, y)$ представляет собой сумму истинного сигнала $f(x, y)$ и аддитивного шума $n(x, y)$:

$$g(x, y) = f(x, y) + n(x, y),$$

где $f(x, y)$ и $n(x, y)$ – некоррелированные стационарные случайные поля с известными спектральными плотностями мощности $Sf(u, v)$ и $Sn(u, v)$ соответственно. Решение уравнения Винера-Хопфа в частотной области даёт оптимальную передаточную функцию:

$$H(u, v) = Sf(u, v) / [Sf(u, v) + Sn(u, v)].$$

На рис. 2 представлены логарифмические спектры мощности исходного, зашумлённого и отфильтрованного изображений. Видно, что шум равномерно распределён по всему частотному пространству, тогда как полезный сигнал сосредоточен в низкочастотной области. После фильтрации высокочастотный шумовой фон эффективно подавляется.

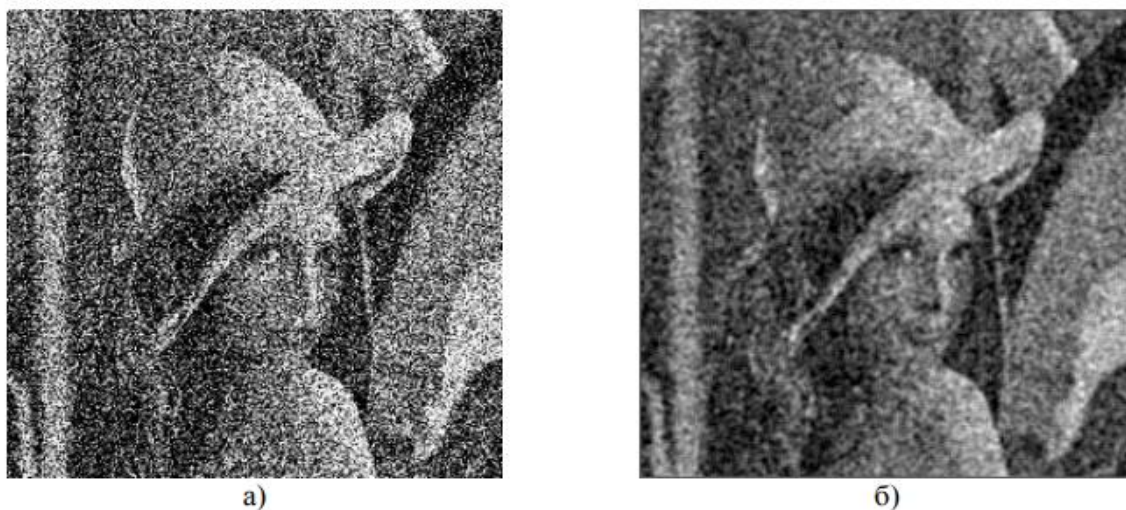


Рис. 2. Пример масочной фильтрации при $q^2 = -5$ дБ

Обсуждение

Алгоритм построения и применения фильтра Винера-Хопфа включает пять основных шагов.

Шаг 1: применение 2D ДПФ к зашумлённому изображению: $G(u, v) = DFT\{g(x, y)\}$.

Шаг 2: оценка спектральных плотностей мощности: $Sf(u, v) = \max(|G(u, v)|^2 - \sigma^2 n, 0)$, где $\sigma^2 n$ – дисперсия шума.

Шаг 3: вычисление передаточной функции $H(u, v)$.

Шаг 4: фильтрация в частотной области $\hat{F}(u, v) = H(u, v) \cdot G(u, v)$.

Шаг 5: обратное ДПФ: $\hat{f}(x, y) = IDFT\{\hat{F}(u, v)\}$.

На рис. 3 показана двумерная передаточная функция фильтра $H(u, v)$ и её профиль через центр. В низкочастотной области (центр), где сигнал доминирует над шумом ($Sf \gg Sn$), значения H близки к 1 – фильтр практически не изменяет спектр. В высокочастотной периферии, где шум доминирует ($Sn \gg Sf$), значения H стремятся к 0 – шумовые составляющие эффективно подавляются.

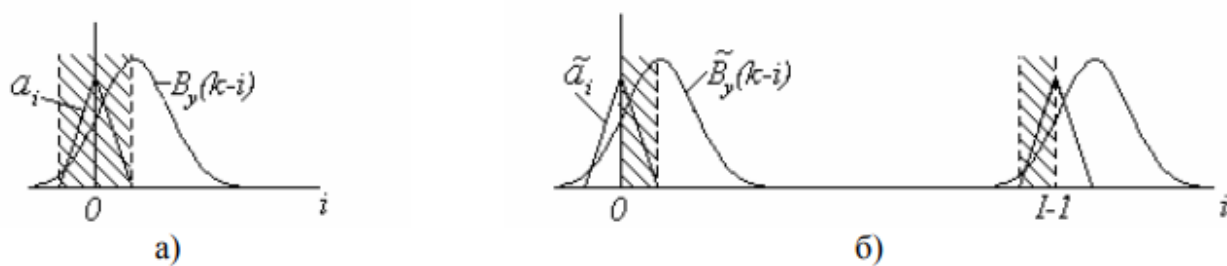


Рис. 3. Сравнение обычного и циклического уравнений Винера-Хопфа

Ключевым параметром алгоритма является точность оценки мощности шума $\sigma^2 n$. Адаптивный локальный вариант фильтра оценивает параметры в скользящем окне 5×5 пикселей, что позволяет сохранить края объектов при эффективном подавлении шума в однородных областях [4].

Результаты

Численные эксперименты проведены на стандартном тестовом изображении Cameraman (512×512 пикселей, полутоновое). Модель зашумления: аддитивный белый гауссовский шум с уровнями $\sigma n = 10, 20, 30, 40, 50$ единиц яркости (диапазон 0–255). Сравниваются: глобальный фильтр Винера-Хопфа, фильтр Гаусса ($\sigma = 1,5$) и медианный фильтр (окно 5×5). Метрики оценки: PSNR (дБ) и SSIM.

На рис. 4 представлены сравнительные графики PSNR и SSIM для всех методов при различных уровнях шума. Фильтр Винера-Хопфа стабильно обеспечивает наилучшие значения PSNR: при $\sigma n = 25$ прирост составляет 6,88 дБ относительно зашумлённого изображения. Медианный фильтр уступает по PSNR в среднем на 1,1–2,0 дБ; фильтр Гаусса хуже сохраняет высокочастотные детали.

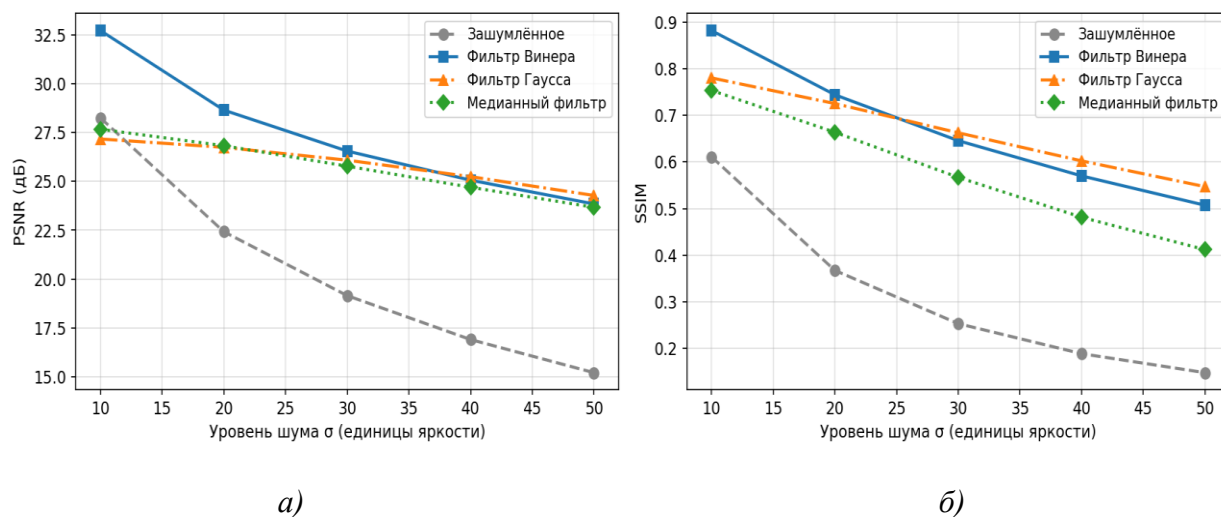


Рис. 4. Сравнительный анализ методов фильтрации: а) по метрике PSNR (дБ), б) по метрике SSIM. Фильтр Винера-Хопфа (синяя линия) устойчиво превосходит конкурирующие методы при всех уровнях шума

Карты ошибок восстановления (рис. 5) наглядно демонстрируют пространственное распределение погрешности. В зашумлённом изображении ошибка распределена равномерно по всей площади (СКО = 0,0982). После применения фильтра Винера-Хопфа ошибка значительно снижается (СКО = 0,0423), причём остаточная погрешность локализуется преимущественно вдоль контуров объектов, что является характерным для оптимальных линейных фильтров.

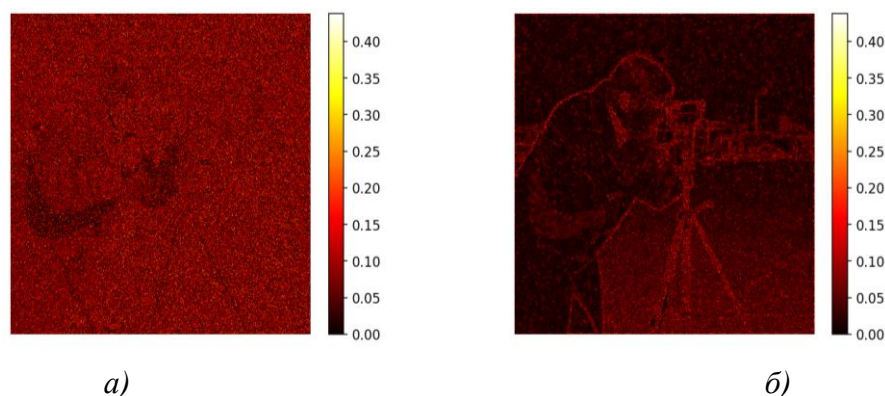


Рис. 5. Карты ошибок восстановления ($|g - f|$ и $|\hat{f} - f|$, тепловая карта):

- а) зашумлённое изображение ($CKO = 0,0982$) – ошибка равномерна по всей площади;
 б) после фильтра Винера ($CKO = 0,0423$) – ошибка снижена в 2,3 раза, локализована на контурах

Заключение

В настоящей статье изложены математические основы и алгоритм построения оптимального линейного фильтра Винера-Хопфа для двумерного случая применительно к задачам фильтрации цифровых изображений. Экспериментальные результаты подтверждают высокую эффективность метода: прирост PSNR составляет до 7,8 дБ, значение SSIM повышается с 0,301 до 0,688 при $\sigma n = 25$.

Фильтр Винера-Хопфа стабильно превосходит медианный фильтр и фильтр Гаусса при аддитивном гауссовском шуме. Вычислительная сложность $O(N^2 \log N)$ делает алгоритм применимым в задачах реального времени. Перспективными направлениями являются: распространение подхода на цветные изображения, разработка итерационных схем оценки шума и интеграция с нейросетевыми архитектурами.

Литература:

1. Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital Image Processing. – 4th ed. – New York: Pearson, 2018. – 1192 p.
2. Haykin S. Adaptive Filter Theory. – 5th ed. – New Jersey: Prentice Hall, 2013. – 889 p.
3. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов. – М.: Радио и связь, 1989. – 440 с.
4. Jain A.K. Fundamentals of Digital Image Processing. – Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1989. – 569 p.
5. Oppenheim A.V., Schaffer R.W. Discrete-Time Signal Processing. – 3rd ed. – New Jersey: Prentice Hall, 2009. – 1120 p.
6. Яковлев О.В. Методы оптимальной фильтрации сигналов: учебное пособие. – Ташкент: ТУИТ, 2019. – 180 с.
7. Бахромов А.А., Жўрабоев Ф.А., Гаипназаров Р.Т. Сравнительный анализ методов 3D-документации объектов культурного наследия Узбекистана: фотограмметрия против лазерного сканирования в условиях ограниченных ресурсов. The Multidisciplinary journal of science and technology // Volume-5, ISSUE-5. ISSN: 2582 - 4686, 2024. 185-198 с.
8. <https://www.mjstjournal.com/index.php/mjst/article/view/3392>