

KATTA SONLAR QONUNI VA LAPLAS TEOREMLARINING IQTISODIY JARAYONLARNI BASHORAT QILISHDAGI O'RNI

*T.A.Jumaboyev, A.M.Diyorov, F.O.Nurullayeva, CH.A.Rustamova,
tuygunjumaboyev22@gmail.com*

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi TATU Samarqand filiali

Annotatsiya: Ushbu maqolada ehtimollar nazariyasining fundamental qonunlari. Katta sonlar qonuni va Laplas teoremlarining iqtisodiy barqarorlikni ta'minlashdagi roli tahlil qilinadi. Tasodifiy miqdorlarning o'rtacha qiymati barqarorlashishi va taqsimot qonuniyatlarining bashorat qilishdagi ahamiyati matematik modellar orqali ko'rsatib o'tilgan.

Tayanch so'zlar: Katta sonlar qonuni, Bernulli teoremasi, Laplas teoremasi, normal taqsimot, iqtisodiy bashorat, limit teoremlar. Iqtisodiy jarayonlar o'z tabiatiga ko'ra ko'plab noaniqliklar va tasodifiy omillarga bog'liqdir. Alohida bir iste'molchi yoki korxonaning xatti-harakatini aniq bashorat qilish imkonsiz bo'lsa-da, katta miqyosdagi sub'ektlar jamoasining faoliyati ma'lum bir qonuniyatlarga bo'ysunadi. Bu qonuniyatlarning asosi ehtimollar nazariyasining limit teoremlariga borib taqaladi. Katta sonlar qonuni va Laplas teoremlari iqtisodiyotda tasodifiylikdan qonuniyatga o'tish ko'prigini hosil qiladi. Katta sonlar qonuni: Miqdordan sifatga o'tish. Iqtisodiyotda Katta sonlar qonuni shuni anglatadiki, agar kuzatuvlar soni yetarlicha ko'p bo'lsa, tasodifiy omillarning ta'siri bir-birini kompensatsiya qiladi.

Chebisev teoremasining iqtisodiy interpretatsiyasi. Chebisev teoremasi iqtisodiy jarayonlardagi o'rtacha ko'rsatkichlarning barqarorligini isbotlaydi. Matematik ifodasi.

$$P\left(\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i - X\right| < \varepsilon\right) \geq 1 - \frac{\sum D(X_i)}{n^2 \varepsilon^2}$$

Bu yerda $\bar{X}$ -matematik kutilma. Iqtisodiy ma'nosi: agarda korxona ko'p sonli mijozlarga xizmat ko'rsatsa, har bir mijozdan tushadigan o'rtacha daromad prognoz qilingan miqdordan deyarli farq qilmaydi. Bu qonun sug'urta kompaniyalariga o'z tariflarini aniq belgilash imkonini beradi. Har bir alohida sug'urta holati tasodifiy bo'lsa-da, minglab mijozlar bo'yicha to'lanadigan umumiy summa matematik kutilmaga yaqin bo'ladi.

Bernulli teoremasi va nisbiy chastota barqarorligi. Iqtisodiy bashorat qilishda hodisaning ro'y berish ehtimoli (p) ko'pincha noma'lum bo'ladi. Bernulli teoremasi tajribalar soni (n) ortishi bilan hodisaning nisbiy chastotasi (m/n) uning ehtimoligiga intilishini ko'rsatadi:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| < \varepsilon\right) = 1$$

Bu teorema marketing tadqiqotlarida juda muhim. Masalan, yangi mahsulotga bo'lgan talabni aniqlash uchun o'tkazilgan so'rovnomalar soni qanchalik ko'p bo'lsa, haqiqiy bozor holati shunchalik aniq namoyon bo'ladi. Bu esa kompaniyalarga ishlab chiqarish hajmini xatosiz rejalashtirishga yordam beradi. Moavr-Laplas teoremlari va normal taqsimot. Moavr o'z davrida tanga tashlash kabi binomial jarayonlarni (ha yoki yo'q, 0 yoki 1) o'rganayotgan edi. Sinovlar soni (n) ortib borganda, binomial taqsimot koeffitsiyentlarini hisoblash juda murakkablashib ketadi. Moavr birinchi bo'lib binomial taqsimotning "qo'ng'iroqsimon" egri chiziqqa, ya'ni normal taqsimotga intilishini payqadi. U $p = 1/2$ (tanga tashlash) holati uchun quyidagi yaqinlashishni isbotladi:

$$n! \approx \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$$

Bu Stirling formulasi nomi bilan mashhur bo'lsa-da, uning asosiy qismini Moavr ishlab chiqqan. Ushbu kashfiyot iqtisodiy jarayonlardagi katta hajmdagi ma'lumotlarni faktoriallarsiz, funksiyalar yordamida hisoblashga yo'l ochdi. Oradan deyarli 80 yil o'tgach, 1812-yilda Pyer-Simon Laplas Moavrning g'oyasini umumlashtirdi va hodisaning ehtimolligi p teng emas $1/2$ bo'lgan ixtiyoriy holatlar uchun ham o'rinli ekanligini isbotladi. Shu tariqa, iqtisodiyotda har qanday ehtimollikdagi jarayonlarni hisoblash imkoniyati tug'ildi.

Laplasning lokal teoremasi. Katta hajmdagi sinovlarda hodisaning aniq k marta ro'y berish ehtimolini hisoblash uchun Moavr-Laplasning lokal formulasi qo'llaniladi:

$$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x), \quad \text{bunda} \quad x = \frac{k-np}{\sqrt{npq}}$$

Bu formula iqtisodiyotda juda tor doiradagi, aniq nuqtali bashoratlarni amalga oshirishda ishlatiladi. Laplasning integral teoremasi. Iqtisodiy barqarorlikni tahlil qilishda aniq son emas, balki "xavfsiz oraliq" muhimroqdir. Agar iqtisodiy hodisaning ro'y berish ehtimoli p bo'lsa, u holda n ta tajribada bu hodisaning k_1 tadan k_2 tagacha oraliqda bo'lish ehtimoli quyidagicha aniqlanadi:

$$P_n(k_1 \leq m \leq k_2) \approx \varphi\left(\frac{k_2-np}{\sqrt{npq}}\right) - \varphi\left(\frac{k_1-np}{\sqrt{npq}}\right)$$

Bu yerda $\varphi(x)$ — Laplas funksiyasi. Ushbu teorema iqtisodiy risklarni "chegaralash" imkonini beradi. Masalan, bank o'z likvidligini saqlash uchun mijozlar tomonidan qaytariladigan mablag'larning eng quyi chegarasini (k) shu formula orqali belgilab oladi.

Markaziy limit teorema va iqtisodiy risklar. Iqtisodiy ko'rsatkichlar odatda juda ko'p sonli kichik va mustaqil omillar ta'sirida shakllanadi. Markaziy limit teorema (MLT) ga ko'ra, bunday jarayonlar Normal taqsimot (Gauss qonuni) ga intiladi.

Normal taqsimotning zichlik funksiyasi:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Iqtisodiy bashoratda μ (o'rtacha qiymat) va σ (o'rtacha kvadratik chetlanish) ko'rsatkichlari riskni o'lchash birligi hisoblanadi. Fond birjasida aksiya narxlarining o'zgaruvchanligi (volatillik) aynan shu parametrlar asosida tahlil qilinadi. "Uch sigma" qoidasiga ko'ra, iqtisodiy ko'rsatkichning kutilgan qiymatdan 3σ dan ortiq masofaga chetlanish ehtimoli 0.3% dan kam. Bu esa inqirozlarni bashorat qilishda asosiy indikator vazifasini o'taydi.

AMALIY MASALA: Sug'urta kompaniyasi riskini bashorat qilish

Masala sharti: Sug'urta kompaniyasi $n = 10\,000$ ta mijoz bilan shartnoma imzolagan. Har bir mijoz uchun sug'urta hodisasi ro'y berish ehtimoli $p = 0.05$ (yoki 5%) ga teng. Agar sug'urta hodisasi ro'y bergan mijozlar soni 530 tadan oshib ketsa, kompaniya zarar ko'radi (bankrotlik xavfi tug'iladi). Kompaniyaning zarar ko'rish ehtimolini hisoblang.

Yechilishi:

Ushbu masalani yechish uchun Moavr-Laplasning integral teoremasidan foydalanamiz. Bizga ma'lumki, n katta bo'lganda hodisaning k_1 dan k_2 gacha oraliqda ro'y berish ehtimoli quyidagiga teng:

$$\text{Formula:} \quad P_n(k_1 \leq m \leq k_2) = \Phi(x_1) - \Phi(x_2)$$

$$n = 10000 (\text{mijozlar soni})$$

$$p = 0,05 (\text{hodisa ro'y berish ehtimoli})$$

$$q = 1 - p = 0,95 (\text{hodisa ro'y bermaslik ehtimoli}), k_1 = 0 (\text{minimal holat}),$$

$$k_2 = 530 (\text{zarar ko'rish chegarasi})$$

1-qadam: Matematik kutilma va o'rtacha kvadratik chetlanishni hisoblaymiz:

$$np = 10000 \times 0,05 = 500$$

$$\sqrt{(npq)} = \sqrt{(10000 \times 0,05 \times 0,95)} = \sqrt{(475)} = 21,79$$

Bu natija shuni anglatadiki, o'rtacha hisobda 500 ta mijozda sug'urta hodisasi yuz beradi, lekin bu ko'rsatkich ± 21.79 atrofida tebranishi mumkin.

2-qadam: x_1 va x_2 nuqtalarini aniqlaymiz:

$$x_1 = (k_1 - np) / \sqrt{(npq)} = (0 - 500) / (21,79) = -22,94$$

$$x_2 = (k_2 - np) / \sqrt{(npq)} = (530 - 500) / (21,79) = 1,38$$

3-qadam: Laplas funksiyasi qiymatlarini jadvaldan topamiz:

$$\Phi(1,38) = 0,4162$$

$$\Phi(-22,94) = -0,5$$

4-qadam: Ehtimollikni hisoblaymiz:

$$P(0 \leq m \leq 530) = 0.4162 - (-0.5) = 0.9162$$

Bu — kompaniya zarar ko'rmaslik ehtimoli (91.62%).

5-qadam: Zarar ko'rish ehtimoli:

Zarar ko'rish ehtimoli (mijozlar soni 530 dan oshib ketishi) teskari hodisa sifatida topiladi:

$$P(m > 530) = 1 - 0.9162 = 0.0838$$

Iqtisodiy xulosa va tahlil:

Hisob-kitoblar shuni ko'rsatadiki, ushbu kompaniyaning zarar ko'rish ehtimoli 8.38% ga teng. Iqtisodiy bashorat nuqtayi nazaridan, bu ko'rsatkich biroz yuqori (xatarli) hisoblanadi. Kompaniya rahbariyati ushbu matematik modelga tayanib, ikki xil qaror qabul qilishi mumkin:

- 1.Yo mijozlar sonini (\$n\$) oshirish (Katta sonlar qonuniga ko'ra, \$n\$ ortsa, risk kamayadi).
- 2.Yo sug'urta mukofoti narxini qayta ko'rib chiqish.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

- 1.Abdushukurov A. A. *Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika*. – Toshkent: "Universitet", 2010.
- 2.Chirokov M. V. *Mathematical Methods in Economics*. – Moscow: "Vysshaya Shkola", 2018
- 3.Feller W. *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*. Vol. 1 & 2. – New Jersey: "Princeton University Press", 2008.
- 4.Gmurman V. E. *Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika*. – Toshkent: "O'qituvchi", 2010
- 5.O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020-yil 7-maydagi PQ-4708-sonli *"Matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida"*gi qarori.
- 6.Sadullayev A., Mansurov X., Xudoyberganov G. *Matematik analiz kursi*. – Toshkent: "O'zbekiston", 2008.
- 7.Toshmetov O., Ismatullayev S. *Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika*. – Toshkent: "Noshir", 2012.
- 8.Ventsel E. S. *Teoriya veroyatnostey (Ehtimollar nazariyasi)*. – Moskva: "Nauka", 2006.