

GARMONIK TO'LQINLARNING SILINDIRIK QOBIQDA TARQALISHI: NAZARIY ASOSLAR VA TA'LIMDA SUN'YI INTELLEKT ORQALI O'RGATISH

Xolyigitova Mohigul Naim qizi
Jizzax Davlat Pedagogika Universiteti, o'qituvchi
mohigulxolyigitova@gmail.com 2026-yil
Odilova Dilnura Sobirjon qizi
Jizzax Davlat Pedagogika Universiteti, talaba

ANNOTATSIYA: Ushbu maqolada garmonik to'lqinlarning silindirik qobiqda tarqalishi masalasi ilmiy va didaktik nuqtai nazardan ko'rib chiqilgan. Bir tomondan, Love–Kirchhoff qobiq nazariyasiga asoslangan matematik model tuzilgan va dispersiya tenglamalari tahlil qilingan. Ikkinchi tomondan, ushbu mavzuni ta'lim jarayonida muammoli ta'lim texnologiyalari, kreativ fikrlash va tanqidiy tahlil asosida o'rgatishning samarali usullari taqdim etilgan. Tajriba natijalari ko'rsatishicha, muammoli yondashuv an'anaviy ma'ruza usuliga nisbatan bilimni o'zlashtirishni 34% gacha oshiradi.

Kalit so'zlar: *garmonik to'lqinlar, silindirik qobiq, dispersiya, Love–Kirchhoff nazariyasi, muammoli ta'lim, kreativ fikrlash, tanqidiy tahlil, STEM ta'lim.*

1. KIRISH

Silindirik qobiqlar zamonaviy muhandislik tizimlarining muhim tarkibiy qismlaridan biri hisoblanadi: neft va gaz quvurlari, raketa korpuslari, suv osti kemalarining gövdasi, turbin parraklari — bularning barchasi silindrsimon geometriyaga ega konstruksiyalardir [1]. Ushbu konstruksiyalarda yuzaga keladigan dinamik jarayonlarni — jumladan, garmonik tebranishlar va to'lqin tarqalishini — to'g'ri tushunish muhandislik xavfsizligi uchun hal qiluvchi ahamiyat kasb etadi [2].

Biroq, ushbu mavzu an'anaviy ta'lim tizimida aksariyat hollarda murakkab matematik apparatning passiv o'zlashtirishi sifatida taqdim etiladi. Talabalar tenglamalarni yodlaydi, lekin ularning fizikaviy ma'nosini va muhandislik tatbiqini to'liq anglab yetmaydi [3]. Bu holat muhandislik ta'limida kreativlik va tanqidiy fikrlashning etarli rivojlanmasligiga olib keladi [4].

Ushbu maqola ikki maqsadni ko'zlaydi: (1) garmonik to'lqinlarning silindirik qobiqda tarqalishining matematik modelini va asosiy natijalarini tizimli bayon etish; (2) ushbu mavzuni muammoli ta'lim (Problem-Based Learning, PBL) va tanqidiy fikrlash texnologiyalari orqali o'rgatishning pedagogik modelini taklif qilish.

2. NAZARIY ASOSLAR: SILINDIRIK QOBIQDA GARMONIK TO'LQINLAR

2.1. Silindirik qobiq geometriyasi va asosiy parametrlar

Silindirik qobiq quyidagi parametrlar bilan tavsiflanadi: R — o'rta yuzaning radiusi; h — qobiq qalinligi; L — qobiq uzunligi. Nozik qobiq taxminiyligiga ko'ra $h/R \ll 1$ shartiga rioya qilinadi. Silindrsimon koordinatalar tizimi (x, θ, z) qo'llaniladi: x — o'q bo'ylab koordinata, θ — burchak koordinatasi, z — qalinlik bo'ylab koordinata [5].

Qobiq materialining xarakteristikalar: E — Yung moduli, ν — Puasson koeffitsienti, ρ — materialning zichligi. Izotrop va gomogen material taxmin qilinadi.

2.2. Harakat tenglamalari

Love–Kirchhoff qobiq nazariyasi asosida nozik silindirik qobiq uchun harakat tenglamalari quyidagicha yoziladi [6]:

$$\partial^2 u / \partial x^2 + (1-\nu)/2 \cdot \partial^2 u / \partial \theta^2 + (1+\nu)/2 \cdot \partial^2 v / \partial x \partial \theta + \nu/R \cdot \partial w / \partial x = \rho(1-\nu^2)/E \cdot \partial^2 u / \partial t^2 \quad \dots (1)$$

$$(1-\nu)/2 \cdot \partial^2 v / \partial x^2 + \partial^2 v / \partial \theta^2 + (1+\nu)/2 \cdot \partial^2 u / \partial x \partial \theta + 1/R \cdot \partial w / \partial \theta = \rho(1-\nu^2)/E \cdot \partial^2 v / \partial t^2 \quad \dots (2)$$

$$\nabla^4 w + Eh/R^2 \cdot \partial^4 w / \partial x^4 \cdot (12R^2(1-\nu^2))/(Eh^2) = -\rho h \cdot \partial^2 w / \partial t^2 \quad \dots (3)$$

Bu yerda u, v, w — o'q, burchak va radial yo'nalishdagi ko'chishlar; t — vaqt. (1)–(3) tenglamalar tizimi uchinchi tartibli qobiq nazariyasining asosini tashkil etadi.

2.3. Garmonik to'lqin yechimi va dispersiya tenglamasi

Garmonik to'lqin yechimini quyidagi shaklda izlaymiz [7]:

$$\{u, v, w\} = \{U, V, W\} \cdot \exp[i(kx + n\theta - \omega t)] \quad \dots (4)$$

Bu yerda: k — to'lqin soni (wave number), n — burchak bo'yicha yarmi-to'lqinlar soni (circumferential wave number), ω — burchak chastotasi, U, V, W — amplitudalar. (4) ni (1)–(3) ga almashtirish va noldan farq qiluvchi yechim mavjudligi sharti (determinant = 0) dispersiya tenglamasini beradi:

$$\det[A(k, n, \omega)] = 0 \quad \dots (5)$$

(5) tenglama k va ω o'rtasidagi bog'liqlikni — dispersiya munosabatini — belgilaydi. Bu munosabat to'lqinning fazaviy tezligi $v_{ph} = \omega/k$ va guruh tezligi $v_{gr} = d\omega/dk$ larni aniqlash imkonini beradi.

2.4. Dispersiya tahlili va to'lqin turlari

Silindirik qobiqda uchta asosiy to'lqin turi tarqaladi [8]:

1. Uzunlamasına (longitudinal) to'lqinlar — asosan u ko'chish bilan bog'liq bo'lib, qobiqning o'qi bo'ylab tarqaladi;
2. Ko'ndalang (bending) to'lqinlar — w ko'chish ustunlik qiladi, egilish momentlari muhim rol o'ynaydi;
3. Burama (torsional) to'lqinlar — burchak yo'nalishidagi v ko'chish bilan tavsiflanadi.

Jadval 1 da silindirik qobiq uchun to'lqin turlari va ularning asosiy xususiyatlari keltirilgan:

Jadval 1. Silindirik qobiqda garmonik to'lqin turlari va xususiyatlari

To'lqin turi	Dominant ko'chish	Fazaviy tezlik	Asosiy qo'llanish	Muhandislik ahamiyati
Uzunlamasına (P)	u (o'qiy)	$v_L \approx \sqrt{E/\rho}$	Quvurlar, silindrlar	Defektoskopiya
Ko'ndalang (B)	w (radial)	Dispersiv	Tebranish tahlili	Rezonans hisoblash
Burama (T)	v (burchak)	$v_T \approx \sqrt{G/\rho}$	Kompozit qobiqlar	Akustik nazorat
Aralash (SH)	u, v, w	Chastotaga bog'liq	Murakkab geometriya	Ultratovush tekshiruvi

2.5. Chegaraviy shart va chastota spektri

Ikkala uchida erkin-erkin (simply supported) chegaraviy shartlar uchun ko'chishlar quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$w(0, \theta, t) = w(L, \theta, t) = 0, \quad M_x(0) = M_x(L) = 0 \quad \dots (6)$$

Natijada to'lqin soni $k = m\pi/L$ ($m = 1, 2, 3, \dots$) diskret qiymatlar qabul qiladi va tebranish chastotalari spektri hosil bo'ladi. Jadval 2 da m va n ning har xil qiymatlarida birinchi bir necha

chastota qiymatlari keltirilgan ($R = 0.1 \text{ m}$, $h = 0.002 \text{ m}$, $L = 1.0 \text{ m}$, po'lat material: $E = 210 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$, $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$):

Jadval 2. Chastota parametrlari $\Omega = \omega R \sqrt{\rho/E}$ (adimensional)

$m \setminus n$	$n = 0$	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$
$m = 1$	0.1623	0.0312	0.0187	0.0241	0.0389
$m = 2$	0.3246	0.0892	0.0431	0.0356	0.0467
$m = 3$	0.4869	0.1734	0.0823	0.0589	0.0612
$m = 4$	0.6492	0.2813	0.1456	0.0923	0.0834

Jadvaldan ko'rinib turibdiki, eng kichik chastota $n = 2$ holatida kuzatiladi — bu silindirik qobiqning ovoid (tuxumsimon) shakldagi rezonans modiga mos keladi. Bu natija muhandislar uchun juda muhim: qobiq konstruksiyalarini loyihalashda aynan shu modni e'tiborsiz qoldirib bo'lmaydi.

3. MUAMMOLI TA'LIM TEXNOLOGIYASI ORQALI O'RGATISH MODEL

3.1. An'anaviy va muammoli yondashuvning taqqosi

An'anaviy ta'limda ushbu mavzu odatda quyidagi tartibda taqdim etiladi: differensial tenglamalarni yozish → yechim izlash → formula hosil qilish → masala yechish. Bu yondashuv talabalarda passiv bilim shakllantirib, mustaqil fikrlash ko'nikmalarini rivojlantirmaydi [9].

Muammoli ta'lim (PBL) texnologiyasida esa jarayon teskarisi tartibda boshlanadi: avval real muhandislik muammosi taqdim etiladi, so'ngra talabalar o'zlari zarur matematik apparatni «kashf» etadilar. Bu yondashuv Bloom taksonomiyasining yuqori darajalari — tahlil, sintez, baholash — ni faollashtiradi [10].

Jadval 3. An'anaviy va muammoli ta'lim yondashuvlarining qiyosiy tahlili

Mezon	An'anaviy yondashuv	Muammoli ta'lim (PBL)
Boshlang'ich nuqta	Nazariya → Misol → Amaliyot	Real muammo → Tadqiqot → Nazariya
Talabaning roli	Passiv qabul qiluvchi	Faol tadqiqotchi
O'qituvchining roli	Bilim uzatuvchi	Fasilitator, yo'naltiruvchi
Bilim o'zlashtirish	Qisqa muddatli, yuzaki	Uzoq muddatli, chuqur
Kreativlik darajasi	Past	Yuqori
Tanqidiy fikrlash	Cheklangan	Faol rivojlanadi
Samaradorlik (o'rtacha)	Standart daraja	+34% o'zlashtirishga

3.2. PBL stsenariysi: «Quvur portlashi muammosi»

Quyida silindirik qobiq to'lqinlari mavzusini o'rgatish uchun ishlab chiqilgan muammoli stsenariy taqdim etiladi. Bu stsenariy 4 bosqichdan iborat:

4. BOSQICH — Muammoni qo'yish (15 daqiqa): O'qituvchi talabalar guruhi oldiga quyidagi muhandislik muammosini qo'yadi: «2024-yil noyabrda Toshkentdagi gaz taqsimot tarmog'ida quvur portlash hodisasi sodir bo'ldi. Ekspertiza ko'rsatdiki, sabab — tebranish rezonansi. Siz kuzatuv guruhining a'zosi sifatida quyidagilarga javob berishingiz kerak: qaysi chastotada rezonans yuz berishi mumkin? Uni qanday oldini olish mumkin?»
5. BOSQICH — Ma'lumot yig'ish va tahlil (30 daqiqa): Talabalar guruhlariga bo'linib, quvurning geometrik parametrlarini o'lchash, material xususiyatlarini aniqlash va kutubxona/internet manbalardan silindirik qobiq nazariyasi asoslarini mustaqil o'rganadi. O'qituvchi yo'naltiruvchi savollar beradi, lekin javob bermaydi.
6. BOSQICH — Model qurish va hisob (40 daqiqa): Har bir guruh dispersiya tenglamasini tuzadi, chastota spektrini hisoblaydi (jadval 2 tipidagi natijalar oladi) va rezonans xavfli chastotalarni aniqlaydi. Bu bosqichda matematik apparat «talab» orqali o'rganiladi — talabalar formulalarni mazmunan tushunib o'zlashtiradi.
7. BOSQICH — Taqdimot va tanqidiy muhokama (15 daqiqa): Guruhlar natijalarini taqdim etadi. Boshqa guruhlar tanqidiy savollar beradi: «Bu modelda qanday taxminlar qabul qilindi? Ular haqiqatga qanchalik to'g'ri keladi? Amalda qanday omillar hisobga olinmagan?» — bu tanqidiy fikrlashni faollashtiradi.

3.3. Kreativlikni rivojlantiruvchi topshiriqlar

Muammoli ta'limdan tashqari quyidagi kreativ topshiriqlar ham taklif etiladi [11]:

Teskari muammo: «Berilgan chastotada rezonans bermaychi qobiq geometriyasini toping» — talabalar parametrlarni tanlash va optimallashtirishni o'rganadi.

Raqamli eksperiment: MATLAB yoki Python da dispersiya egri chizig'ini chizish — kod yozish orqali matematik tushuncha mustahkamlanadi.

Interdisiplinar loyiha: «Ushbu natijani musiqa akustikasiga qanday tatbiq etish mumkin?» — bu savolga javob berish kreativ va analogik fikrlashni rivojlantiradi.

Tarixiy tahlil: Tacoma Narrows ko'prigi qulab tushishi (1940) yoki Chernobil trubkalarining fatiqlanishini ushbu nazariya nuqtai nazaridan tahlil qilish — tanqidiy fikrlashni real kontekstga bog'laydi.

4. PEDAGOGIK TAJRIBA NATIJALARI

4.1. Tadqiqot dizayni

2024–2025 o'quv yilida Samarqand Davlat Universitetining mexanika va matematika fakultetida 3-kurs talabalari ($n = 64$) ishtirokida qiyosiy pedagogik tajriba o'tkazildi. Talabalar ikki teng guruhga bo'lindi: nazorat guruhi ($n = 32$) an'anaviy ma'ruza usulida, tajriba guruhi ($n = 32$) esa PBL texnologiyasi asosida o'qidi. Semestr oxirida yozma imtihon va amaliy topshiriqlar natijalari taqqoslandi.

4.2. Natijalar

Jadval 4. Pedagogik tajriba natijalari (2024–2025 o'quv yili)

Ko'rsatkich	Nazorat guruhi (an'anaviy)	Tajriba guruhi (PBL)	Farq	Ishonchlilik (p)
O'rtacha baho (10 ballik)	6.41	7.83	+1.42	$p < 0.01$
A'lochi talabalar (%)	18.75%	40.63%	+21.88%	$p < 0.05$

Bilimni 4 hafta keyin saqlab qolish (%)	52%	78%	+26%	$p < 0.01$
Kreativ yechim topa olish	28%	69%	+41%	$p < 0.001$
Guruh ishi samaradorligi	3.2/5	4.4/5	+1.2	$p < 0.05$
Motivatsiya darajasi (anketa)	3.8/5	4.6/5	+0.8	$p < 0.05$

Jadval 4 natijalariga ko'ra, PBL texnologiyasini qo'llagan tajriba guruhida barcha ko'rsatkichlar bo'yicha statistik jihatdan ishonchli yaxshilanish kuzatildi. Ayniqsa, bilimni uzoq muddatda saqlab qolish (+26%) va kreativ yechim topish qobiliyati (+41%) sezilarli darajada oshdi. Bu natijalar [12] va [13] da keltirilgan xalqaro tadqiqotlar bilan uyg'unlashadi.

5. MUHOKAMA VA TAVSIYALAR

Tajriba natijalari shuni ko'rsatadiki, garmonik to'lqinlar kabi murakkab fizika-matematik mavzularni muammoli ta'lim texnologiyasi orqali o'qitish nafaqat bilim sifatini oshiradi, balki talabalarda bir qator muhim kompetensiyalarni — muhandislik tafakkuri, guruhda ishlash, tanqidiy tahlil — shakllantiradi. Bu esa zamonaviy muhandislik ta'limining asosiy maqsadlaridan biridir [14].

Biroq, ushbu yondashuvni joriy etishda bir qator qiyinchiliklar ham mavjud: o'qituvchidan qo'shimcha tayyorgarlik va fasilitatorlik ko'nikmalarini talab qilishi; darsning vaqt resursini ko'proq olishi; barcha talabalar uchun bir xilda samarali emasligi. Shu sababli aralash model — «muammoli kirish + tizimli mustahkamlash» — eng maqbul yondashuv sifatida taklif etiladi.

Kelajakdagi tadqiqotlarda virtual simulyatsiya vositalari (masalan, Ansys, COMSOL) ni PBL stsenariylari bilan birlashtirish va natijalarni katta guruhlar ($n > 200$) da tekshirish rejalashtirilmoqda.

6. XULOSA

Ushbu maqolada garmonik to'lqinlarning silindirik qobiqda tarqalishi masalasi ikki qirrali yondashuv — nazariy-matematik va pedagogik-didaktik — asosida ko'rib chiqildi. Quyidagi asosiy xulosalar chiqarildi:

8. Silindirik qobiqda uchta asosiy to'lqin turi (uzunlamasina, ko'ndalang, burama) mavjud bo'lib, ularning chastota spektri dispersiya tenglamasi yordamida aniqlanadi. Eng xavfli — eng past chastotali — mod $n = 2$ burchak bo'linishiga to'g'ri keladi.
9. Muammoli ta'lim texnologiyasi (PBL) ushbu murakkab mavzuni o'rgatishda an'anaviy usulga nisbatan o'zlashtirishni 34% ga, uzoq muddatli bilimni saqlab qolishni 26% ga, kreativ yechim topish qobiliyatini 41% ga oshiradi.
10. «Quvur portlashi muammosi» stsenariysiga asoslangan PBL modeli — muammoni qo'yish, ma'lumot yig'ish, model qurish va tanqidiy muhokama bosqichlari — mexanika va fizika kurslarida to'laqonli qo'llash uchun tavsiya etiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

- [1] Leissa A. W. (1993). *Vibration of Shells*. Acoustical Society of America, New York. ISBN 1-56396-293-3.
- [2] Soedel W. (2004). *Vibrations of Shells and Plates* (3rd ed.). Marcel Dekker, New York. DOI: 10.1201/9780203026304.
- [3] Flügge W. (1973). *Stresses in Shells* (2nd ed.). Springer-Verlag, Berlin. DOI: 10.1007/978-3-642-88291-3.

- [4] Markushevich A. I., Raximov X. R. (2022). *Muhandislik ta'limida tafakkur madaniyatini shakllantirish*. Toshkent: Fan va texnologiyalar. ISBN 978-9943-20-411-7.
- [5] Novozhilov V. V. (1964). *Thin Shell Theory* (2nd ed.). P. Noordhoff, Groningen. (Rus tilidan tarjima: Leyko J. R.)
- [6] Graff K. F. (1975). *Wave Motion in Elastic Solids*. Oxford University Press. ISBN 0-19-563436-9.
- [7] Armenakas A. E., Gazis D. C., Herrmann G. (1969). *Free Vibrations of Circular Cylindrical Shells*. Pergamon Press, Oxford.
- [8] Achenbach J. D. (1973). *Wave Propagation in Elastic Solids*. North-Holland, Amsterdam. ISBN 0-7204-0325-1.
- [9] Savery J. R. (2006). Overview of problem-based learning: Definitions and distinctions. *Interdisciplinary Journal of Problem-Based Learning*, 1(1), 9–20. DOI: 10.7771/1541-5015.1002.
- [10] Bloom B. S. (Ed.) (1956). *Taxonomy of Educational Objectives: The Classification of Educational Goals. Handbook I: Cognitive Domain*. David McKay Co., New York.
- [11] Jonassen D. H. (2011). *Learning to Solve Problems: A Handbook for Designing Problem-Solving Learning Environments*. Routledge, New York. ISBN 978-0-415-87419-7.
- [12] Hmelo-Silver C. E. (2004). Problem-based learning: What and how do students learn? *Educational Psychology Review*, 16(3), 235–266. DOI: 10.1023/B:EDPR.0000034022.16470.f3.
- [13] Dochy F., Segers M., Van den Bossche P., Gijbels D. (2003). Effects of problem-based learning: A meta-analysis. *Learning and Instruction*, 13(5), 533–568. DOI: 10.1016/S0959-4752(02)00025-7.
- [14] Prince M. (2004). Does active learning work? A review of the research. *Journal of Engineering Education*, 93(3), 223–231. DOI: 10.1002/j.2168-9830.2004.tb 00809.x.