

GENERATIV SUN'IY INTELLEKT ASOSIDA MATEMATIK MASALALARNI AVTOMATIK YECHISH USULLARI

Fayzullayeva E'zoza O'tkir qizi

Shahrisabz davlat pedagogika instituti, Aniq fanlar oliy pedagogika maktabi,

Matematika yo'nalishi, 2-kurs talabasi

Annotatsiya. Ushbu maqolada generativ sun'iy intellekt (GSI) texnologiyalarining matematik masalalarni avtomatik yechishdagi qo'llanilishi nazariy va tahliliy nuqtai nazardan o'rganilgan. Transformer arxitekturasiga asoslangan katta til modellari (LLM), neyron-simvolik gibrid tizimlar va matematik muhokama granularligini ta'minlovchi yangi yondashuvlar tahlil qilingan. Tadqiqot maqsadi – mavjud GSI tizimlarining matematik masalalarni yechish samaradorligini qiyosiy tahlil qilish va pedagogik amaliyotda qo'llash uchun metodik tavsiyalar ishlab chiqishdan iborat.

Kalit so'zlar: generativ sun'iy intellekt, transformer modeli, neyron-simvolik tizim, LLM

Kirish. Zamonaviy raqamli texnologiyalarning jadal rivojlanishi natijasida ta'lim sohasida inqilobiy o'zgarishlar yuz bermoqda. Xususan, generativ sun'iy intellekt (GSI) tizimlari nafaqat matn yaratish, balki murakkab matematik masalalarni yechish qobiliyatiga ega bo'lib bermoqda. Bu holat matematika ta'limini tubdan qayta ko'rib chiqishni, an'anaviy o'qitish metodologiyasini yangi texnologiyalar bilan uyg'unlashtirish imkoniyatlarini o'rganishni taqozo etmoqda.

Matematik masalalarni avtomatik yechish muammosi ilmiy hamjamiyat uchun yangilik emas. 1960-yillardan boshlab simvolik sun'iy intellekt sohasida faol tadqiqotlar olib borilgan. Biroq so'nggi yillarda Large Language Model (LLM) lar – jumladan GPT-4, Claude, Gemini va Llama kabi katta til modellari – matematik muhokama va masala yechish sohasida misli ko'rilmagan yutuqlarga erishdi. 2023-yilda o'tkazilgan baholash testlarida GPT-4 modeli AMC-12 matematik olimpiadasi masalalarining 67% ini to'g'ri yechganligi qayd etildi[1]. Bu natija oldingi avlod modellariga nisbatan 3 baravar yuqori bo'ldi.

Shuni ta'kidlash lozimki, matematika – formal mantiq, simvolik hisob-kitob va abstrakt tafakkurni talab qiluvchi soha sifatida GSI uchun alohida qiyinchilik tug'diradi. Tabiiy til asosida ishlashga mo'ljallangan modellar uchun sonlar bilan ishlash, tenglamalarni yechish va geometrik isbotlarni bajarish – bu tamomila boshqa paradigmani talab qiladi. Shunga qaramay, so'nggi izlanishlar GSI tizimlarining bu sohada ham muhim yutuqlarga erisha olishini ko'rsatmoqda.

Ushbu maqolaning asosiy maqsadi generativ SI texnologiyalari asosida matematik masalalarni avtomatik yechishning zamonaviy usullarini tizimli ravishda tahlil qilish, ularning kuchli va zaif tomonlarini aniqlash hamda O'zbekiston ta'lim muassasalari uchun amaliy tavsiyalar ishlab chiqishdan iborat. Tadqiqot chog'ida shaxsiy amaliy tajriba o'tkazilmagan; tahlil xalqaro ilmiy adabiyotlar, ochiq manbalar va tekshirilgan empirik ma'lumotlar asosida amalga oshirilgan.

Adabiyotlar tahlili. Matematik masalalarni avtomatik yechish (Mathematical Problem Solving, MPS) sohasidagi ilmiy tadqiqotlarni uch asosiy davrga bo'lish mumkin. Simvolik tizimlar davri (1960–2000), statistik usullar davri (2000–2017) va neyron-simvolik integratsiya davri (2017–hozirgi).

Birinchi davrda MACSYMA (1968), Mathematica (1988) va Maple kabi simvolik hisoblash tizimlari yaratildi. Bu tizimlar algebraik ifodalarni soddalashtirish, differensial tenglamalarni yechish va integralni hisoblashda samarali ishladi. Ammo ular faqat aniq qoida asosida berilgan masalalarni yecha olardi – matnli shaklda keltirilgan masalalarni esa tushuna olmasdi[1]. Ikkinchi davrda statistik va mashinali o'qitish usullari qo'llanila boshlandi. Shirai va

Steedman (2003) tabiiy tildagi matematik masalalarni avtomatik yechish uchun sintaktik tahlil va shablon moslashtirishga asoslangan tizim yaratdi. Bu yondashuv sodda arifmetik masalalarda 78% aniqlikka erishdi; biroq murakkab muammolarda samaradorlik keskin tushdi.

Uchinchi davrda – transformer arxitekturasining joriy etilishi bilan[4]– vaziyat tubdan o'zgardi. BERT, GPT seriyasi va T5 kabi modellar ketma-ket yuzaga keldi.

O'zbekiston kontekstida bu sohadagi ilmiy nashrlar hali cheklangan. Bitiruv yo'nalishida olib borilayotgan tadqiqotlar asosan an'anaviy ta'lim metodologiyasiga bag'ishlangan bo'lib, GSI va MPS integratsiyasi mahalliy ilmiy muhitda yangi yo'nalish sanaladi[10].

1-jadval. GSI modellarining matematik masalalar to'plamlaridagi aniqlik ko'rsatkichlari

Model	GSM8K (%)	MATH (%)	AMC-12 (%)	Yil
GPT-4	92.0	52.9	67.0	2023
Claude 3 Opus	95.0	60.1	71.3	2024
Gemini Ultra	94.4	53.2	83.3	2024
PaLM 2 (CoT)	80.7	34.3	51.2	2023
LLaMA 3 70B	93.0	47.8	63.1	2024

Manba: Hendrycks et al. (2021); OpenAI (2023); Anthropic (2024) ma'lumotlari asosida tuzilgan

Tadqiqot metodologiyasi. Ushbu nazariy-tahliliy tadqiqot quyidagi metodologik asosda qurilgan. (1) adabiyotlar sharhi. (2) mavjud GSI tizimlarini qiyosiy tahlil qilish; (3) matematik masalalarni yechishda qo'llaniladigan algoritmik yondashuvlarni tasnif qilish; (4) pedagogik kontekstda qo'llanish imkoniyatlarini baholash.

Tahlil uchun 2017–2024 yillar oralig'ida chop etilgan 10 dan ortiq adabiyotlardan foydalanilgan.

Matematik masalalarni yechish usullarini tahlil qilishda uch toifali tasnif qo'llanildi. (a) to'g'ridan-to'g'ri javob generatsiyasi; (b) zanjirli fikrlash yondashuvi; (c) vositachilik integratsiyasi (masalan, Python interpreter yoki Wolfram Alpha bilan birgalikda ishlash). Har bir yondashuv turli darajadagi matematik masalalar uchun alohida baholandi.

Natijalar. Tadqiqot natijasida generativ SI tizimlarida matematik masalalarni avtomatik yechishning to'rtta asosiy paradigmasi aniqlandi.

Birinchi paradigma – To'g'ridan-to'g'ri LLM yondashuvi. Bu yondashuvda til modeli matematik masalani tabiiy tildagi matn sifatida qabul qilib, javobni bevosita generatsiya qiladi. Afzalligi – universal qo'llanilishi va foydalanuvchi uchun qulay; kamchiligi – hisob-kitob xatolari va 'gallyusinatsiyalar' (noto'g'ri faktlarni ishonch bilan taqdim etish) kuzatilishi. GPT-3 ko'p bosqichli arifmetik masalalarda faqat 17% aniqlikka erishdi. Keyinchalik ishlab chiqilgan murakkab masalalar uchun arxitekturalar bu ko'rsatkichni sezilarli yaxshiladi.

Ikkinchi paradigma – Zanjirli fikrlash [2] tomonidan taklif etilgan ushbu usulda model yechim jarayonini bosqichma-bosqich bayon etishga yo'naltiriladi. Tadqiqot natijalari CoT usulining GSM8K to'plamida aniqlikni o'rtacha 3 barobar oshirishini ko'rsatdi. Keyinchalik ishlab chiqilgan Auto-CoT, Tree of Thought va Self-Consistency kabi variantlar bu yondashuvni yanada takomillashtirdi. Masalan, Yao et al. Tree of Thought usuli bilan 24-o'yin masalasida samaradorlikni 4% dan 74% gacha oshirishga erishdi.

Uchinchi paradigma – Vositachilik asosida yechish (Tool-Augmented Reasoning). Bu yondashuvda GSI modeli Python, Wolfram Alpha yoki maxsus matematik kutubxonalar bilan integratsiya qilinadi. Model masalani tahlil qilib, tegishli kod yoki so'rov generatsiya qiladi, natijani qaytarib olib, javobni shakllantiradi. Gao et al. (2023) tadqiqoti PAL (Program-Aided Language Models) usulining matematik masalalarda sof LLM usullariga nisbatan 1.5–2 baravar aniqroq ishlashini ko'rsatdi. Bu yondashuv ayniqsa sonli hisob-kitob va grafikli masalalarda samarali.

To'rtinchi paradigma – Neyron-simvolik integratsiya. Bu paradigmada neyron tarmoqning umumlashtirish qobiliyati va simvolik sistemalarning aniq hisob-kitob imkoniyati birlashtiriladi. AlphaGeometry (Google DeepMind, 2024) tizimi IMO olimpiadasi geometriya masalalarining 25 tasini 42 tadan mustaqil yechishga qodir bo'ldi – bu ko'rsatkich inson olimpiada ishtirokchilarining o'rtacha natijasiga yaqinlashdi. Bu natija sun'iy intellekt matematik tadqiqotlar sohasiga kirib kelayotganining yorqin dalili sanaladi.

2-jadval. Matematik masala yechish paradigmalarining qiyosiy tahlili

Paradigma	Aniqlik	Muhokama chuqurligi	Hisob tezligi	Qo'llanish sohasi
To'g'ridan-to'g'ri LLM	O'rta	Past	Yuqori	Sodda masalalar
Chain-of-Thought	Yuqori	Yuqori	O'rta	Ko'p bosqichli masalalar
Tool-Augmented	Juda yuqori	O'rta	O'rta	Hisob-kitob masalalari
Neyron-simvolik	Juda yuqori	Juda yuqori	Past	Olimpiada / ilmiy masalalar

Manba. Muallif tomonidan ilmiy adabiyotlar asosida tuzilgan

GSI tizimlarining matematik masalalarni yechishdagi kuchli tomonlari qatoriga quyidagilarni kiritish mumkin: tabiiy tildagi masalalarni tushunish qobiliyati; turli sohalaridagi bilimlarni integratsiya qila olish; ko'p tilli muhitda ishlash (o'zbek tilidagi masalalar uchun ham imkoniyat mavjud); o'rganuvchiga individual tushuntirish berish. Zaif tomonlar esa quyidagilardir: arifmetik hisobda aniqlikning kafolatlanmasligi; 'gallyusinatsiya' xavfi; murakkab ko'p bosqichli isbotlarning to'liq bajarilmasligi; kontekst cheklanishlari.

Alohida e'tiborga loyiq holat – GSI tizimlarining o'zbek tilidagi matematik masalalar bilan ishlash imkoniyatidir. Hozirgi vaqtda ko'pchilik katta LLMlar o'zbek tilini qisman qo'llab-quvvatlaydi, ammo o'zbek tilidagi matematik masalalar uchun maxsus optimizatsiya hali amalga oshirilmagan.

Xulosa va takliflar. Ushbu tadqiqot generativ sun'iy intellekt texnologiyalarining matematik masalalarni avtomatik yechishdagi imkoniyatlarini tizimli ravishda tahlil qildi va bir qancha xulosalarga keldi.

GSI tizimlari, xususan transformer arxitekturasiga asoslangan katta til modellari, sodda va o'rta murakkablikdagi matematik masalalarni yechishda yuqori samaradorlik ko'rsatmoqda. Zanjirli fikrlash va vositachilik integratsiyasi usullari bu qobiliyatni yanada kuchaytirdi.

Matematik masalalarni avtomatik yechishda universal yagona yondashuv mavjud emas – masala murakkabligiga qarab turli paradigmalarni birlashtirish optimal natija beradi. Pedagogik

maqsadlar uchun CoT usuli eng maqbul hisoblanadi, chunki u yechim jarayonini ko'rinadigan qiladi.

GSI tizimlarining asosiy zaif tomoni – hisob-kitob aniqligining kafolatlanmasligi va gallyusinatsiya xavfidir. Shu sababli bu tizimlar hozircha to'liq avtonom matematik muallim sifatida emas, balki o'quvchiga yordam beruvchi vosita sifatida ko'rib chiqilishi lozim.

Izlanishlar natijasida bir qancha takliflar ishlab chiqildi.

1. O'zbekiston pedagogika institutlarida GSI vositalarini matematika darslarida sinov tartibida joriy etish va natijalarni kuzatib borish;

2. O'zbek tilidagi matematik masalalar uchun maxsus ma'lumotlar to'plami yaratish bo'yicha milliy loyiha ishlab chiqish;

3. Matematika o'qituvchilarini GSI vositalaridan samarali foydalanishga o'rgatuvchi malaka oshirish kurslarini tashkil etish;

4. GSI va an'anaviy ta'limning uyg'unlashtirilgan modelini ishlab chiqish bo'yicha keyingi empirik tadqiqotlar o'tkazish.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Bubeck S. et al. (2023). Sparks of Artificial General Intelligence: Early experiments with GPT-4. arXiv:2303.12712.

2. Wei J. et al. (2022). Chain-of-Thought Prompting Elicits Reasoning in Large Language Models. NeurIPS 2022.

3. Brown T. et al. (2020). Language Models are Few-Shot Learners (GPT-3). NeurIPS 2020.

4. Vaswani A. et al. (2017). Attention Is All You Need. NeurIPS 2017.

5. Yao S. et al. (2023). Tree of Thoughts: Deliberate Problem Solving with Large Language Models. arXiv:2305.10601.

6. Gao L. et al. (2023). PAL: Program-aided Language Models. ICML 2023.

7. Hendrycks D. et al. (2021). Measuring Mathematical Problem Solving With the MATH Dataset. NeurIPS 2021.

8. Trinh T. H. et al. (2024). Solving olympiad geometry without human demonstrations (AlphaGeometry). Nature, 625, 476–482.

9. Wolfram S. (2002). A New Kind of Science. Wolfram Media.

10. Mirzayev A. (2023). Raqamli ta'lim texnologiyalari va ularning O'zbekiston maktablarida joriy etilishi. Pedagogika jurnali, 4, 45–52.